

MECÂNICA DOS FLUIDOS

Lista 1 — Fundamentos e Fluidos Ideais

Aulas 1–9 · Módulos I e II (parcial)

Prof. Marcelo Santos Guimarães

*Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Graduação em Física · 1º Semestre 2026*

Avaliação A1 — 08/04/2026

Legenda dos níveis:



Nível A — Aplicação direta de definições e equações.



Nível B — Combinação de conceitos, estimativas de ordem de grandeza, situações novas.



Nível C — Problema desafiador (demonstração, fenômeno real, ou competição).

1 Lista 1 — Fundamentos e Fluidos Ideais (Aulas 1–9)

Avaliação A1 — 08/04/2026
 Conteúdo: Módulos I e II (parcial)

Nível A — Aplicação Direta

Problema 1.1

~20 min

Considere o campo de velocidade bidimensional $\mathbf{u} = (Ax, -Ay)$, com $A > 0$ constante.

- Verifique que o escoamento é incompressível.
- Calcule a função de corrente $\psi(x, y)$.
- Determine as linhas de corrente e faça um esboço.
- Calcule o tensor de taxa de deformação E_{ij} e a vorticidade ω .

Ref.: Tong §1.1.4; Aula 2

Problema 1.2

~25 min

Água escoa em regime estacionário por uma mangueira horizontal que se afunila de diâmetro $D_1 = 3$ cm para $D_2 = 1$ cm. A pressão na seção larga é $P_1 = 200$ kPa e a velocidade é $v_1 = 2$ m/s. Considere $\rho = 10^3$ kg/m³.

- Determine a velocidade v_2 na seção estreita.
- Usando Bernoulli, calcule a pressão P_2 .
- Se a mangueira for orientada verticalmente (seção estreita $h = 1$ m acima da larga), como mudam os resultados?

Ref.: Tong §2.1.4; Aula 5

Problema 1.3

~20 min

Para o campo de velocidade $\mathbf{u} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \hat{\boldsymbol{\theta}}$ (vórtice pontual):

- Calcule a vorticidade ω para $r \neq 0$.
- Calcule a circulação $\Gamma_C = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{x}$ ao redor de um círculo de raio r centrado na origem.
- Reconcilie os resultados de (a) e (b) usando o teorema de Stokes. Qual é a vorticidade na origem?

Ref.: Tong §2.2; Aula 6

Nível B — Combinação de Conceitos

Problema 1.4

~30 min

Mostre que, para um fluido em rotação rígida $\mathbf{u} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}$ (com $\boldsymbol{\Omega}$ constante):

- O tensor de taxa de deformação satisfaz $E_{ij} = 0$.
- A vorticidade é $\boldsymbol{\omega} = 2\boldsymbol{\Omega}$.
- Substitua $\mathbf{u} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}$ na equação de Euler e mostre que ela é satisfeita identicamente, com a pressão dada por $P = P_0 + \frac{1}{2}\rho|\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}|^2$ (balanço centrífugo).
- Usando o resultado de (a) e a forma do tensor de tensões para fluido Newtoniano ($\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\mu E_{ij}$, Aula 3), argumente que a viscosidade não exerce nenhuma força sobre o fluido em rotação rígida. Discuta: por que a viscosidade é “invisível” nesse escoamento?

Ref.: Tong §3.1; Aulas 3 e 6

Problema 1.5

~35 min

[Fenômeno observável — aviação] Um tubo de Pitot na asa de um avião mede uma pressão de estagnação $P_{\text{estag}} = 78$ kPa, enquanto a pressão estática do ar externo é $P_{\infty} = 70$ kPa (altitude de cruzeiro). A densidade do ar nessa altitude é $\rho \approx 0,4$ kg/m³.

- Usando Bernoulli, determine a velocidade do avião em relação ao ar.
- Estime o número de Mach ($c_s \approx 295$ m/s nessa altitude). A hipótese de incompressibilidade é razoável?
- O avião tem corda média $c = 4$ m. Forme, por análise dimensional, a razão adimensional Uc/ν (com $\nu \approx 3,5 \times 10^{-5}$ m²/s) e calcule seu valor. Esta razão — que encontraremos formalmente no Módulo III como o número de Reynolds — mede a importância relativa da inércia frente ao atrito viscoso. O resultado sugere que a viscosidade do ar é relevante para o escoamento global ao redor da asa?

Ref.: Tong §2.1.4; Aula 5

Problema 1.6

~30 min

Para o escoamento potencial ao redor de um cilindro *sem* circulação ($\phi = U(r + R^2/r) \cos \theta$):

- Calcule as componentes u_r e u_θ e verifique a condição de contorno em $r = R$.
- Encontre os pontos de estagnação.
- Usando Bernoulli (escoamento irrotacional: H constante em todo o fluido), calcule a pressão na superfície do cilindro $P(\theta)$.
- Mostre que a força total do fluido sobre o cilindro é zero (paradoxo de d'Alembert).
Dica: integre $P(\theta)$ sobre a superfície.

Ref.: Tong §2.4.1; Aula 8

Nível C — Problema Desafiador

Problema 1.7

~45 min

[Demonstração — Lei de Biot-Savart para fluidos] Em analogia com o eletromagnetismo, a velocidade de um fluido incompressível pode ser recuperada a partir da vorticidade pela “lei de Biot-Savart”:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \times \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d^3x'.$$

- (a) Identifique a analogia precisa com o eletromagnetismo: qual é o análogo de $\mathbf{B}$? De $\mathbf{J}$? De μ_0 ?
- (b) Considere um vórtice retilíneo infinito ao longo do eixo z com circulação Γ (vorticidade $\boldsymbol{\omega} = \Gamma \delta^2(x, y) \hat{\mathbf{z}}$). Use a fórmula acima para recuperar o campo de velocidade do vórtice pontual 2D.
- (c) Dois vórtices retilíneos paralelos com circulações Γ_1 e Γ_2 estão separados por uma distância d . Determine a velocidade de cada vórtice e descreva qualitativamente o movimento para: (i) $\Gamma_1 = \Gamma_2$; (ii) $\Gamma_1 = -\Gamma_2$.

Ref.: Tong §2.2 (Biot-Savart); Aulas 6–7