

MECÂNICA DOS FLUIDOS

Lista 3 — Ondas e Instabilidades

Aulas 16–20 · Módulos IV

Prof. Marcelo Santos Guimarães

*Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Graduação em Física · 1º Semestre 2026*

Avaliação A3 — 25/05/2026

Legenda dos níveis:



Nível A — Aplicação direta de definições e equações.



Nível B — Combinação de conceitos, estimativas de ordem de grandeza, situações novas.



Nível C — Problema desafiador (demonstração, fenômeno real, ou competição).

3 Lista 3 — Ondas e Instabilidades (Aulas 16–20)

Avaliação A3 — 25/05/2026

Conteúdo: Módulo IV

Nível A — Aplicação Direta

Problema 3.1

~25 min

Ondas de gravidade propagam-se na superfície de um lago de profundidade $H = 5$ m.

- (a) Para $\lambda = 1$ m: calcule kH , identifique o regime (profundo/raso/intermediário), e calcule a velocidade de fase c .
- (b) Repita para $\lambda = 50$ m.
- (c) Para cada caso, calcule a velocidade de grupo c_g .

Ref.: Tong §4.1; Aulas 16–17

Problema 3.2

~20 min

Uma bolha de sabão esférica de raio $R = 2$ cm tem tensão superficial $\gamma \approx 0,03$ N/m (filme de sabão).

- (a) Calcule a sobrepressão interna (lembre: duas superfícies).
- (b) Calcule o comprimento capilar ℓ_c para uma interface água-ar ($\gamma = 0,073$ N/m, $\rho = 10^3$ kg/m³).
- (c) Abaixo de qual comprimento de onda λ_c as ondas capilares dominam sobre as de gravidade?

Ref.: Tong §4.1.3; Aula 18

Problema 3.3

~20 min

Um jato de água cilíndrico sai de uma torneira com raio $R = 3$ mm.

- (a) Segundo a instabilidade de Rayleigh-Plateau, qual é o comprimento de onda mais instável?
- (b) Estime o raio das gotas formadas por conservação de volume.
- (c) Observe uma torneira: o espaçamento entre gotas está compatível com a previsão?

Ref.: Tong §5.2; Aula 19

Nível B — Combinação de Conceitos

Problema 3.4

~35 min

[Fenômeno observável — tsunami] Em 2011, um tsunami no Japão propagou-se pelo Pacífico ($H \approx 4$ km, distância Japão–Havaí ≈ 6000 km).

- (a) Verifique que tsunamis estão no regime de águas rasas.
- (b) Calcule a velocidade e o tempo de chegada ao Havaí.
- (c) No oceano profundo, a amplitude era $\eta_0 \approx 0,5$ m. Ao chegar à costa ($H' \approx 10$ m), use conservação do fluxo de energia ($\langle F \rangle = \langle E \rangle c_g$ constante, com $c_g = c = \sqrt{gH}$ e $\langle E \rangle = \frac{1}{2} \rho g \eta_0^2$) para estimar a amplitude na costa.
- (d) Discuta por que tsunamis são quase imperceptíveis em mar aberto mas devastadores na costa.

Ref.: Aulas 16–17

Problema 3.5

~35 min

Considere dois fluidos imiscíveis, com o fluido de densidade ρ_1 sobre o de densidade ρ_2 ($\rho_1 > \rho_2$), e tensão superficial γ na interface. A relação de dispersão de Rayleigh-Taylor é:

$$\omega^2 = -\frac{(\rho_1 - \rho_2)}{\rho_1 + \rho_2} gk + \frac{\gamma k^3}{\rho_1 + \rho_2}.$$

- (a) Determine o número de onda crítico k_c acima do qual o sistema é estável.
- (b) Encontre o $k_{\max}$ que maximiza a taxa de crescimento $\sigma = |\text{Im}(\omega)|$.
- (c) Calcule numericamente λ_c e $\lambda_{\max}$ para água sobre óleo ($\rho_1 = 1000$ kg/m³, $\rho_2 = 800$ kg/m³, $\gamma = 0,02$ N/m).

Ref.: Tong §5.1.4; Aula 19

Nível C — Problema Desafiador

Problema 3.6

~50 min

[Instabilidade de Kelvin-Helmholtz — nuvens e oceanos]

Considere a relação de dispersão completa para dois fluidos com densidades ρ_1 , ρ_2 e velocidades U_1 , U_2 , incluindo gravidade e tensão superficial:

$$(\rho_1 + \rho_2)\omega^2 - 2(\rho_1 U_1 + \rho_2 U_2)k\omega + (\rho_1 U_1^2 + \rho_2 U_2^2)k^2 = (\rho_2 - \rho_1)gk + \gamma k^3.$$

- (a) Para $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $U_1 = U$, $U_2 = 0$, $\gamma = 0$ e sem gravidade, mostre que $\omega = kU/2 \pm ikU/2$.
- (b) Agora inclua gravidade ($\rho_2 > \rho_1$, estratificação estável) mas $\gamma = 0$. Mostre que a instabilidade requer:

$$(U_1 - U_2)^2 > \frac{(\rho_2^2 - \rho_1^2)g}{\rho_1 \rho_2 k}.$$

- (c) Para o caso geral com gravidade ($\rho_2 > \rho_1$, $U_2 = 0$) e $\gamma = 0$, derive a velocidade mínima do vento $U_{1,\text{crit}}$ para instabilidade *em função de* ρ_1 , ρ_2 , g e k . Aplique numericamente para uma interface atmosférica entre ar frio ($\rho_1 = 1,1 \text{ kg/m}^3$) e ar quente ($\rho_2 = 1,0 \text{ kg/m}^3$) — as condições típicas de formação de nuvens Kelvin-Helmholtz. Quais comprimentos de onda são instáveis para $\Delta U = 15 \text{ m/s}$?
- (d) Agora considere vento ($\rho_1 = 1,2 \text{ kg/m}^3$, ar) soprando sobre água ($\rho_2 = 10^3 \text{ kg/m}^3$) com $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$. Mostre que, neste caso de densidades muito diferentes, a instabilidade K-H produz apenas ondas capilares ($\lambda \sim \text{cm}$), não ondas de gravidade grandes. Conclua que as ondas oceânicas de grande porte são geradas por um mecanismo diferente do K-H simples.

Ref.: Tong §5.1; Aula 20