

MECÂNICA DOS FLUIDOS

Lista 4 — Rotação, Geofísica e Turbulência

Aulas 21–25 · Módulos V e VI

Prof. Marcelo Santos Guimarães

*Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Graduação em Física · 1º Semestre 2026*

Avaliação A4 — 15/06/2026

Legenda dos níveis:



Nível A — Aplicação direta de definições e equações.



Nível B — Combinação de conceitos, estimativas de ordem de grandeza, situações novas.



Nível C — Problema desafiador (demonstração, fenômeno real, ou competição).

4 Lista 4 — Rotação, Geofísica e Turbulência (Aulas 21–25)

Avaliação A4 — 15/06/2026

Conteúdo: Módulos V e VI

Nível A — Aplicação Direta

Problema 4.1

~20 min

Calcule o número de Rossby para os seguintes fenômenos (use $\Omega = 7,3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, latitude 45°):

- (a) Um ciclone extratropical: $U \approx 15 \text{ m/s}$, $L \approx 1500 \text{ km}$.
- (b) Um redemoinho numa banheira: $U \approx 0,1 \text{ m/s}$, $L \approx 0,3 \text{ m}$.
- (c) Em qual caso a rotação da Terra é dinamicamente importante?

Ref.: Aula 21

Problema 4.2

~25 min

Num mapa meteorológico, isóbaras paralelas ao eixo x (direção leste) têm espaçamento $\Delta y = 300 \text{ km}$ e diferença de pressão $\Delta P = 4 \text{ hPa}$ entre elas. A latitude é 45° N ($f \approx 1,03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$), $\rho \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$.

- (a) Usando o balanço geostrófico $fv = (1/\rho) \partial P / \partial x$ e $fu = -(1/\rho) \partial P / \partial y$, calcule a velocidade e a direção do vento geostrófico. Verifique que o vento sopra *ao longo* das isóbaras, não através delas.
- (b) Num mapa do hemisfério sul, um centro de baixa pressão está em 30° S . Qual é o sentido de rotação dos ventos ao redor dele?
- (c) Em qual direção sopraria o vento se não houvesse rotação?

Ref.: Aula 21

Problema 4.3

~20 min

A turbulência num túnel de vento tem $\Delta U = 5 \text{ m/s}$ na escala de injeção $L = 0,5 \text{ m}$, com $\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

- (a) Calcule o Reynolds e a taxa de dissipação $\varepsilon \sim (\Delta U)^3/L$.
- (b) Determine a escala de Kolmogorov η e o tempo de Kolmogorov τ_η .
- (c) Quantas décadas de faixa inercial existem (razão L/η)?

Ref.: Tong §6.2; Aula 25

Nível B — Combinação de Conceitos

Problema 4.4

~35 min

[Fenômeno observável — corrente de jato]

A corrente de jato (*jet stream*) é um vento geostrófico na tropopausa (~ 10 km) com velocidade $U \approx 50$ m/s na latitude $\approx 45^\circ$ N.

- Modele a corrente de jato como um escoamento geostrófico: $u = -(g/f) \partial \eta / \partial y$. Se a largura da corrente é $\Delta y \approx 500$ km, estime a diferença de altura da tropopausa $\Delta \eta$ entre os lados norte e sul.
- As ondulações (meandros) da corrente de jato são ondas de Rossby. Usando $\beta \approx 1,6 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ e $L_R \approx 1000$ km, estime o período das ondas de Rossby com $\lambda \approx 5000$ km.
- Explique qualitativamente por que essas ondas se propagam para oeste.

Ref.: Aulas 21 e 23

Problema 4.5

~30 min

O espectro de energia de Kolmogorov é $E(k) = C_K \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$ com $C_K \approx 1,5$.

- Verifique que $[E(k)] = \text{L}^3 \text{T}^{-2}$.
- Mostre que a energia cinética contida em escalas $\leq l$ (ou $k \geq 1/l$) é $\sim (\varepsilon l)^{2/3}$, consistente com $\Delta u_l \sim (\varepsilon l)^{1/3}$.
- Para a atmosfera ($\varepsilon \approx 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}^3$), calcule $E(k)$ para $k = 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ ($l \sim 1$ km) e $k = 10^3 \text{ m}^{-1}$ ($l \sim 1$ mm). A razão das energias confirma que a maior parte da energia está nas grandes escalas?

Ref.: Tong §6.2; Aula 25

Nível C — Problema Desafiador

Problema 4.6

~50 min

[Demonstração — Teorema de Taylor-Proudman]

Considere um fluido incompressível, invíscido, em rotação uniforme com $\boldsymbol{\Omega} = \Omega \hat{\mathbf{z}}$, em regime estacionário e com $Ro \ll 1$.

- (a) Partindo da equação de Euler no referencial rotante (com centrífuga absorvida), mostre que, no limite $Ro \ll 1$:

$$2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P'.$$

- (b) Tome o rotacional de ambos os lados. Usando $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ e $\nabla \cdot \boldsymbol{\Omega} = 0$, demonstre que:

$$(\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \implies \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = \mathbf{0}.$$

- (c) A partir da incompressibilidade e do resultado anterior, argumente que, com condições de contorno rígidas no topo e fundo, a componente vertical w também se anula. O escoamento é puramente 2D.
- (d) Discuta as implicações para a atmosfera de Júpiter: por que vórtices como a Grande Mancha Vermelha devem se estender profundamente na direção do eixo de rotação?

Ref.: Kundu §13.5; Aula 22